

# MEDICIÓN DE LA VIBRACIÓN MECÁNICA POR INTERFEROMETRÍA LÁSER

M. en C. Guillermo Silva Pineda<sup>1,2</sup>, Dr. Luis Ferrer Argote<sup>2</sup>

<sup>1</sup>División de Vibraciones y Acústica, CENAM

<sup>2</sup>D.E.P.F.I., Universidad Autónoma de Querétaro

## Resumen

La medición de vibraciones mecánicas de alta exactitud se usa para conservar el patrón nacional de vibraciones. En la actualidad la técnica que ha mostrado mayor desarrollo es la interferometría láser, por medio del interferómetro tipo Michelson. Aquí se describen dos métodos de medición de vibraciones por interferometría láser que son usados por los diferentes laboratorios de metrología más desarrollados donde se conservan los patrones de vibraciones, El planteamiento de los métodos de conteo de relación de frecuencias y de determinación de puntos mínimos de la función de Bessel,  $J_n$ , muestran que ambos son trazables a algunas de las unidades de base del sistema internacional de unidades, SI, por lo que son considerados de nivel absoluto. El presente trabajo pretende establecer la base teórica para desarrollar el análisis de incertidumbres de las técnicas de medición de alta exactitud por interferometría láser.

## 1. Introducción

En la actualidad las seis cantidades dinámicas, tales como desplazamiento, velocidad y aceleración lineales; y ángulo de rotación, velocidad y aceleración angulares, se reproducen o materializan en condiciones de movimiento armónico simple en estado estable usando un excitador de vibraciones del tipo electrodinámico. Los excitadores de vibración electrodinámicos, en general, tienen un elemento móvil sobre el que se encuentra una bobina de excitación por la que se hace pasar un flujo de corriente alterna, la bobina se localiza dentro de un campo magnético generado por un imán permanente, produciendo así la fuerza de aceleración de Lorentz, que es proporcional al producto del campo magnético y la corriente a través de la bobina en el elemento móvil.

El sistema que materializa la unidad de aceleración la transfiere a transductores de vibración llamados 'Acelerómetros Patrón', que son transductores lineales de alta estabilidad temporal calibrados siguiendo procedimientos de medición conocidos como primarios o absolutos porque las mediciones realizadas son directamente trazables a las magnitudes de base del Sistema Internacional de Unidades (SI). Cabe recordar que las magnitudes de base son la masa, la longitud, el tiempo, la corriente eléctrica, la temperatura, la intensidad luminosa y la cantidad de sustancia.

En el caso de los acelerómetros patrón, el factor de calibración buscado es la sensibilidad del transductor. En general el término sensibilidad se refiere a la relación de una cantidad de salida a una cantidad de entrada. En las mediciones de aceleración, la salida del acelerómetro piezoeléctrico es carga eléctrica al aplicar una excitación mecánica a la entrada. La aceleración de entrada queda expresada en  $m/s^2$  y la salida eléctrica, generalmente en carga eléctrica, en unidades de Coulombs (C); o en algunos casos, tensión eléctrica, en Volts (V), para los transductores con preamplificadores de carga integrados, sin embargo, éste tipo de acelerómetros no se recomiendan como patrones debido a que la electrónica contenida en su cuerpo no alcanza los niveles de seguridad adecuados para un patrón de medición debido al trabajo mecánico al que son sometidos. Por tanto, las correspondientes unidades de sensibilidad son,  $pC/m/s^2$ , o en su defecto,  $mV/m/s^2$ , para acelerómetros que contienen un amplificador de carga integrado.

El movimiento producido por el excitador de vibración electrodinámico se mide usando un arreglo óptico conocido como interferómetro láser tipo Michelson. A continuación se presenta una breve descripción del principio físico de funcionamiento del Interferómetro de Michelson.

## 2. Teoría de operación

Albert Abraham Michelson fue el primer ciudadano americano en ganar el Premio Nobel de Física en 1907 por sus investigaciones con instrumentos ópticos de alta exactitud y el espectroscopio así como las investigaciones en metrología que lo condujeron a la configuración del interferómetro que ahora lleva su nombre. Con su interferómetro, Michelson fue capaz de estimar la velocidad de la luz, la longitud de onda y la frecuencia de la luz emitida por diferentes fuentes. A continuación se muestra el arreglo del interferómetro de Michelson usando como fuente óptica un láser Helio - Neón, cuya longitud de onda,  $\lambda$ , es de 633 nm aproximadamente.

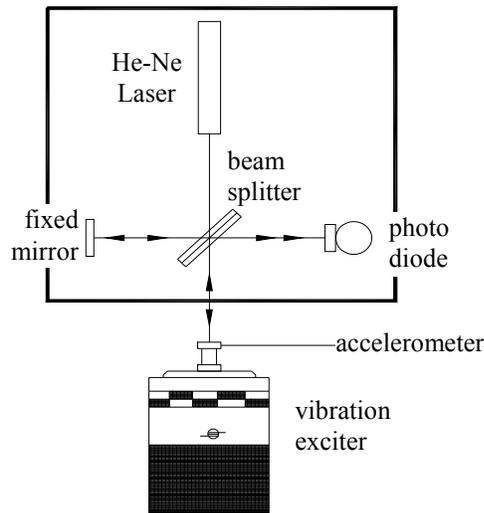


Figura 1. Interferómetro láser tipo Michelson para calibrar acelerómetros

La fuente láser es usada porque su haz es monocromático, colimado, espacial y temporalmente coherente. Con el interferómetro de Michelson se puede determinar el desplazamiento de la superficie del acelerómetro ubicado sobre el excitador de vibraciones. Considerando que el excitador de vibraciones genera un movimiento armónico simple - senoidal - y la frecuencia de excitación se puede medir con un contador universal, entonces se pueden conocer la velocidad y aceleración en la superficie móvil que refleja el haz, simplemente derivando la función de excitación del movimiento generado.

Antes de iniciar el análisis del interferómetro de Michelson es necesario considerar la naturaleza de las ondas de luz. La luz es un fenómeno electromagnético, gobernado por las ecuaciones de Maxwell, cuya solución consiste en dos funciones de espacios vectoriales relacionados con el tiempo que describen los campos eléctrico y magnético. Sin embargo, en muchos casos, como este, es suficiente considerar sólo el componente de una de esas funciones, usualmente ese componente es el vector eléctrico que cae en el plano del frente de onda. Este tratamiento es exacto para el caso de una onda plana limitada y es suficiente para los propósitos prácticos analizados en este trabajo.

El haz proveniente del láser que tiene una intensidad de campo eléctrico,  $A$ , se divide en dos de una misma intensidad por medio de un divisor de haz. El haz reflejado llamado haz de referencia cambia de fase al reflejarse en el espejo fijo, y la otra parte llamada haz de medición incide en el espejo móvil que se encuentra sobre la superficie sensible del transductor en calibración y se refleja sin cambiar su fase. Las expresiones de los campos eléctricos de los haces ópticos de referencia y de medición, respectivamente, se pueden establecer de la siguiente forma.

$$E_1 = A \exp j(\omega t - \varphi) \quad (\text{Haz de referencia}) \quad (1a)$$

$$E_2 = A \exp j(\omega t + \varphi) \quad (\text{Haz de medición}) \quad (1b)$$

$$E_1 + E_2 = 2A \exp j\omega t \text{Cos}\varphi \quad (2)$$

Los dos haces se reflejan y se recombinan en el divisor de haz formando un patrón de franjas de interferencia óptica, una parte recombinada se dirige hacia un fotodetector de respuesta rápida con una intensidad,  $I$ ; además la intensidad luminosa incidente sobre el fotodetector depende de la fase,  $\varphi(t)$ , entre  $E_1$  y  $E_2$ . La intensidad es proporcional al cuadrado de la suma de los haces combinados que llegan hasta el fotodetector. Despreciando el término,  $\exp j\omega t$ , la intensidad y la fase se pueden escribir en la forma siguiente.

$$I = |E_1 + E_2|^2 \approx A + B \text{Cos} \frac{2\pi}{\lambda} [\delta_0 + 2\xi(t)] \quad (3a)$$

$$\varphi = \frac{\pi}{\lambda} [\delta_0 + 2\xi(t)] \quad (3b)$$

donde,  $\lambda$ , es la longitud de onda del láser Helio-Neón,  $\delta_0$ , es la diferencia en la trayectoria óptica de los dos haces, y el desplazamiento,  $\xi(t) = \xi \text{sen}(2\pi ft)$ , del espejo móvil tiene una amplitud,  $\xi$ , y una frecuencia,  $f$ . Debido al movimiento del espejo montado sobre el acelerómetro en calibración, la intensidad luminosa,  $I(t)$ , que se observa en el fotodetector varía entre un máximo y un mínimo, generando una señal cuyos máximos son llamados franjas de interferencia, conforme a lo que se muestra en la Figura 2.

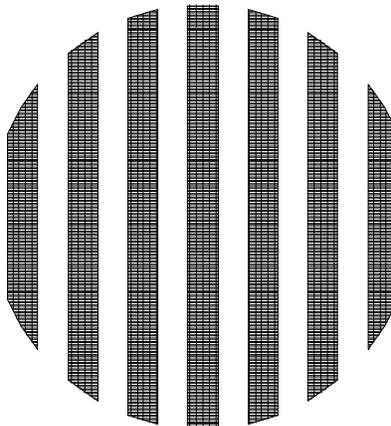


Figura 2. Franjas de interferencia

El diagrama de interconexión del equipo usado junto con el interferómetro de Michelson para la calibración de sensores de vibración, cuando dichos sensores son montados sobre el excitador de vibraciones, se muestra en la siguiente Figura 3.

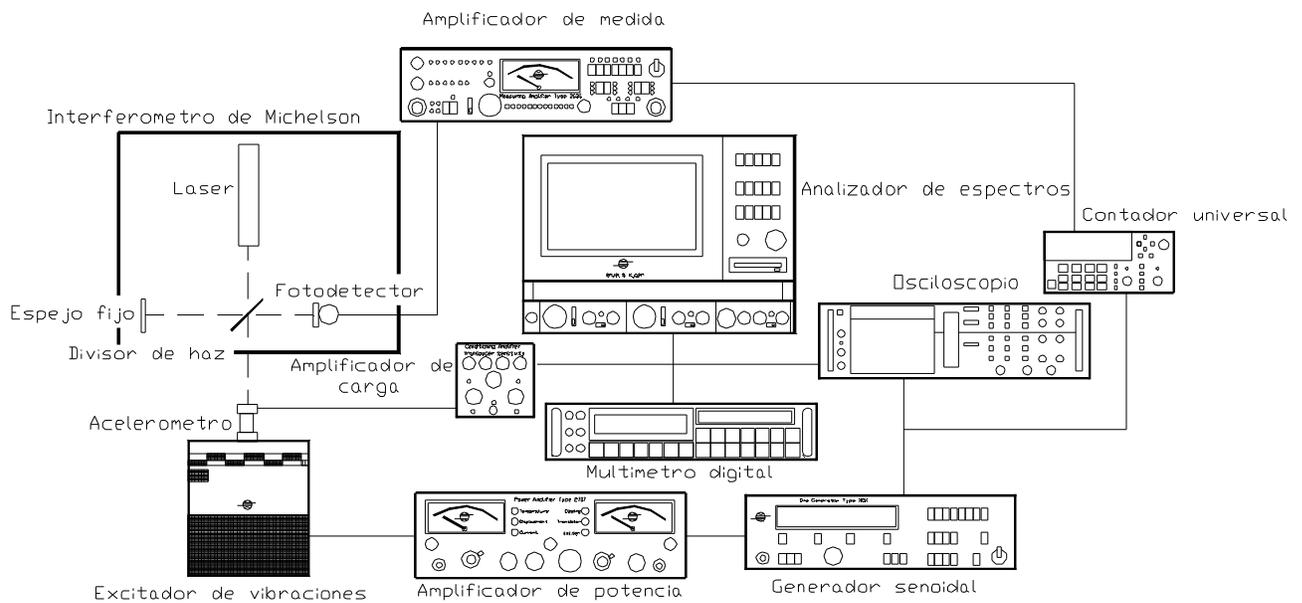


Figura 3. Sistema para calibración de sensores de vibración

El sistema de medición de vibraciones usa dos diferentes métodos de medición. Dentro del intervalo de 50 Hz a 800 Hz se usa el método de conteo de relación de frecuencias, o también conocido como conteo de franjas. Por debajo de 50 Hz la distorsión del movimiento generado por el excitador de vibraciones aumenta en forma tal que reduce la exactitud de las mediciones, mientras que por arriba de 800 Hz los desplazamientos del espejo móvil son pequeños y la relación de frecuencias se reduce, por lo que aún pequeñas fallas en la medición inducen errores considerables y el método reduce su exactitud.

El método de determinación de mínimos en la función de Bessel,  $J_n$ , se aplica en un intervalo de frecuencias de 800 Hz a 5 kHz. Para éste método se requiere el espectro de frecuencia (usando transformada rápida de Fourier) de la señal en tiempo del fotodetector (ver figura 4). Entonces se obtienen "puntos fijos de medición" a frecuencias que son múltiplos enteros de la frecuencia de excitación al graficarlas en el espectro de frecuencia. A continuación se hace una descripción más detallada de ambos métodos de medición.

## 2.1 Método de conteo de relación de frecuencias

Este método de medición consiste en medir dos diferentes frecuencias que guardan una relación directa con el desplazamiento dinámico,  $\xi(t)$ , al que está siendo sometido el sensor de vibraciones durante su calibración. La primera de esas frecuencias es la frecuencia de excitación, que se establece mediante un generador de funciones senoidales y que alimenta su señal a un excitador de vibraciones, donde está montado el sensor en medición. La superficie reflejante o de referencia del sensor de vibraciones refleja el haz del láser, con el que se determinará el desplazamiento. Cuando la superficie reflejante es desplazada una distancia de  $\lambda/2$ , en el patrón de interferencia experimenta el corrimiento de una franja. Para una determinada frecuencia de excitación y un nivel de aceleración fijo se tendrá un corrimiento de franjas constante en cada ciclo de vibración, por lo que con un contador de relaciones de frecuencias se puede establecer la relación entre ambas frecuencia y determinar así el desplazamiento en la superficie de referencia del sensor en calibración. El desarrollo del modelo se presenta a continuación.

La intensidad máxima en la señal de salida del fotodetector debida a la franja incidente ocurre cuando se alcanza la siguiente relación:

$$\text{Cos}\left\{\frac{2\pi}{\lambda}[\delta_0 + 2\xi(t)]\right\} = 1 \quad (4)$$

es decir,

$$\frac{2\pi}{\lambda}[\delta_0 + 2\xi(t)] = 2\pi n$$

donde, n, es un número entero. Tomando dos valores consecutivos de, n, como n y n+1, cuando ocurren dos máximos consecutivos, se obtiene la relación entre  $\xi_n$  y  $\xi_{n+1}$ , que es la distancia recorrida por el espejo móvil entre dos máximos de intensidad o franjas de interferencia óptica:

$$\left. \begin{aligned} \frac{2\pi}{\lambda}(\delta_0 + 2\xi_n) &= 2\pi n \\ \frac{2\pi}{\lambda}(\delta_0 + 2\xi_{n+1}) &= 2\pi(n+1) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

De las ecuaciones anteriores, se obtiene la relación,  $(\xi_{n+1} - \xi_n) = \lambda/2$ , que es la distancia recorrida por el espejo móvil entre dos franjas consecutivas. Durante el desplazamiento pico a pico del espejo móvil se generan un número determinado de franjas de interferencia óptica. El número de franjas es, por lo tanto, proporcional al desplazamiento pico a pico experimentado por el espejo móvil en cada medio ciclo mecánico del excitador de vibraciones, es decir, la mitad de la frecuencia de excitación mecánica.

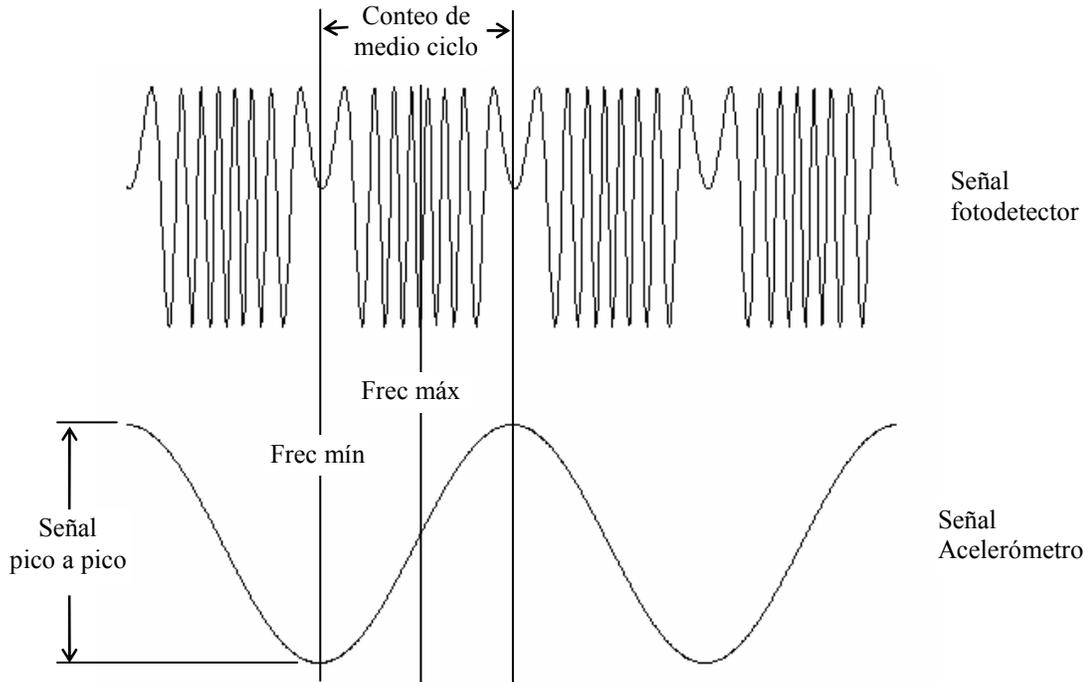


Figura 4. Amplitud del movimiento,  $\xi$ , como función del periodo, T, de excitación.

Asimismo, se tiene que:

$$R_F = \frac{\xi \times 2(\text{haz ida y vuelta}) \times 2(\text{pico - pico}) \times 2(\text{ciclo completo})}{\lambda} = \frac{\xi \cdot 8}{\lambda} \quad (6a)$$

Despejando: 
$$\xi = \frac{\lambda R_F}{8}$$

donde,  $R_F$ , equivale al número de franjas promedio durante el movimiento mecánico.

Para un láser Helio-Neón con una longitud de onda de  $\lambda=632,815$  nm, la amplitud del desplazamiento,  $\xi$ , esta dada por:

$$\xi = (79,1 R_F) \text{ nm} \quad (6b)$$

## 2.2 Determinación de mínimos en la función de Bessel $J_n$

La señal de salida del fotodetector, mostrada en la Fig. 4, es desplegada en el dominio del tiempo, y se observa usando un osciloscopio. Además, se puede ver que la señal generada a partir del patrón de franjas de interferencia está formada por un gran número de componentes de frecuencia. Por tanto, al observar la señal en el dominio de la frecuencia, usando un analizador de espectros, se podrán determinar los diferentes componentes de frecuencia que forman la señal.

Para identificar los componentes de frecuencia contenidos en el patrón de franjas de interferencia, la expresión que determina la intensidad de la señal del fotodetector,  $I(t)$ , (ver ec. 3a y 3b), se puede expandir en la serie de Jacobi tomando la forma que se indica a continuación,

$$I(t) = A + B \cos\left(\frac{4\pi\delta_0}{\lambda}\right) \left[ J_0\left(\frac{4\pi\xi}{\lambda}\right) + 2J_2\left(\frac{4\pi\xi}{\lambda}\right) \cos 2(2\pi ft) + \dots \right] - B \operatorname{sen}\left(\frac{4\pi\delta_0}{\lambda}\right) \left[ 2J_1\left(\frac{4\pi\xi}{\lambda}\right) \cos(2\pi ft) + 2J_3\left(\frac{4\pi\xi}{\lambda}\right) \cos 3(2\pi ft) + \dots \right] \quad (7)$$

donde, se tiene que las  $J_n$ 's son las funciones de Bessel de orden n-ésimo de 1er tipo y cada término de la ecuación que incluye una  $J_n$  corresponde a un armónico del espectro de frecuencia de la intensidad  $I(t)$ . Como las funciones de Bessel,  $J_n$ , tienen la característica de anularse para ciertos valores de,  $\xi$ , basta que el excitador de vibraciones varíe la amplitud del movimiento generado de modo que se obtenga esta condición, en la que ocurrirá la amplitud conocida.

Un arreglo experimental para este método es semejante al mostrado en la figura 3, substituyendo el contador de frecuencias por un analizador de espectros, con el que se determina el mínimo espectral de la función  $J_n$  de Bessel para cada armónico.

Aumentando gradualmente la amplitud de la vibración a partir de cero, o un valor cercano a cero, hasta que el armónico de orden n alcance un mínimo, entonces se obtiene el valor del argumento para el cual la función de Bessel de orden n,  $J_n$ , que equivale a alguno de los valores mostrados en la tabla 1, obteniendo así un desplazamiento conocido en el espejo móvil,  $\xi$ , indicado también en la parte inferior de cada celda en la tabla 1. En la figura 5 siguiente se muestran las funciones de Bessel  $J_0$  a  $J_5$  y el comportamiento de su amplitud a medida que su argumento (eje horizontal) se incrementa.

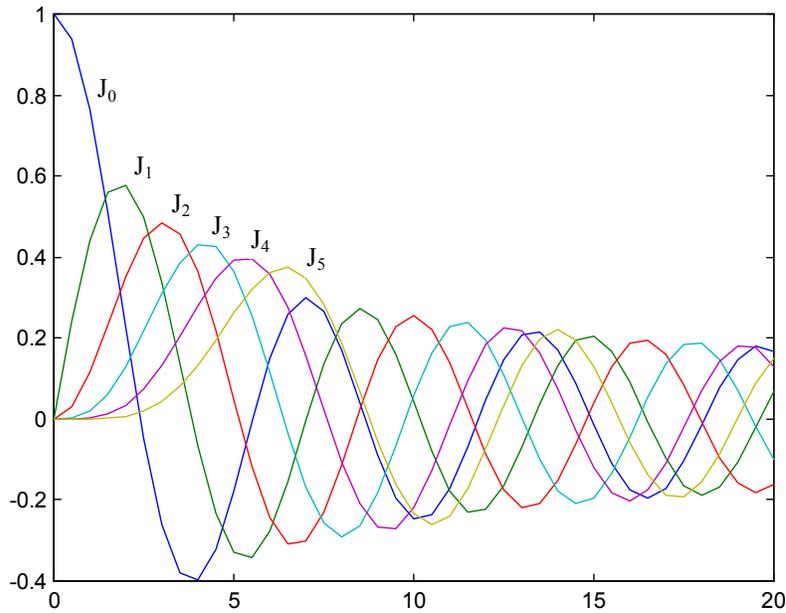


Figura 5. Funciones de Bessel  $J_0$  a  $J_5$

Tabla 1. Amplitudes relativas a ceros de la función de Bessel  $J_0$  a  $J_5$  para  $\lambda=632,815$  nm

	$J_0\left(\frac{4\pi\xi}{\lambda}\right)$	$J_1\left(\frac{4\pi\xi}{\lambda}\right)$	$J_2\left(\frac{4\pi\xi}{\lambda}\right)$	$J_3\left(\frac{4\pi\xi}{\lambda}\right)$	$J_4\left(\frac{4\pi\xi}{\lambda}\right)$	$J_5\left(\frac{4\pi\xi}{\lambda}\right)$
	$\xi$ [nm]					
0	1 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0
1	2,404825 <b>121,102</b>	3,831705 <b>192,956</b>	5,135623 <b>258,619</b>	6,380161 <b>321,291</b>	7,588343 <b>382,132</b>	8,771483 <b>441,713</b>
2	5,520079 <b>277,979</b>	7,015587 <b>353,290</b>	8,417245 <b>423,874</b>	9,761023 <b>491,544</b>	11,064709 <b>557,195</b>	12,338605 <b>621,345</b>
3	8,653727 <b>435,783</b>	10,173469 <b>512,314</b>	11,619841 <b>585,150</b>	13,015201 <b>655,417</b>	14,372537 <b>723,770</b>	15,700175 <b>790,627</b>
4	11,791535 <b>593,796</b>	13,323691 <b>670,952</b>	14,795951 <b>745,092</b>	16,223467 <b>816,978</b>	17,615967 <b>887,102</b>	18,980133 <b>955,798</b>
5	14,930917 <b>751,888</b>	16,470631 <b>829,425</b>	17,959819 <b>904,417</b>	19,409415 <b>977,416</b>	20,826935 <b>1 048,799</b>	22,217799 <b>1 118,840</b>
6	18,071063 <b>910,019</b>	19,615859 <b>987,812</b>	21,116997 <b>1 063,406</b>	22,582729 <b>1 137,217</b>	24,019019 <b>1 209,545</b>	25,430341 <b>1 280,616</b>
7	21,211637 <b>1 068,172</b>	22,760085 <b>1 146,148</b>	24,270113 <b>1 222,190</b>	25,748167 <b>1 296,621</b>	27,199087 <b>1 369,687</b>	28,626619 <b>1 441,574</b>
8	24,352471 <b>1 226,337</b>	25,903673 <b>1 304,452</b>	27,420573 <b>1 380,840</b>	28,908351 <b>1 455,761</b>	30,371007 <b>1 529,418</b>	31,811717 <b>1 601,969</b>
9	27,493479 <b>1 384,512</b>	29,046829 <b>1 462,735</b>	30,569205 <b>1 539,398</b>	32,064853 <b>1 614,716</b>	33,537137 <b>1 688,857</b>	34,988781 <b>1 761,959</b>
10	30,634607 <b>1 542,692</b>	32,189679 <b>1 621,002</b>	33,716519 <b>1 697,890</b>	35,218671 <b>1 773,535</b>	36,699001 <b>1 848,082</b>	38,159869 <b>1 921,648</b>

### 3. Implementación práctica

Con el interferómetro de Michelson se puede determinar el desplazamiento,  $\xi$  [nm], aplicado a la superficie de medición del sensor de vibración que se está midiendo. Para cual se usan los métodos de conteo de relación de frecuencias ó el método de determinación de mínimos de la función de Bessel,  $J_n$ , dependiendo del intervalo de frecuencias donde se vaya a efectuar la medición.

Una vez determinado el desplazamiento,  $\xi$  [nm], y conociendo la frecuencia de excitación del movimiento armónico simple de alta pureza inducido al sensor de vibraciones medido, entonces se puede determinar la velocidad o aceleración en la vibración. Además, para el caso de un acelerómetro piezoeléctrico, se mide la tensión eléctrica de salida en c.a.,  $V_0$  [mV], del amplificador de carga conectado a él y entonces se puede estimar la sensibilidad del conjunto acelerómetro y amplificador de carga, tal como se indica en la siguiente relación.

$$S_{\text{conj}} = \frac{V_0}{a} = \frac{V_0 \sqrt{2}}{(2\pi f)^2 \xi} \left[ \frac{\text{mV}}{\text{m/s}^2} \right] \quad (8)$$

En la ecuación anterior, el factor  $\sqrt{2}$  aparece porque el desplazamiento,  $\xi$  [nm], es el valor pico, mientras que el valor de tensión eléctrica en c.a.,  $V_0$ , desplegado por un voltmetro es el valor eficaz de la señal senoidal leída y para elevarlo al valor pico es necesario multiplicarlo por ese factor.

donde, la sensibilidad,  $S_{\text{acel}}$ , está dada para los acelerómetros en,  $\text{V/ms}^{-2}$ , y  $S_{\text{vel}}$ , para transductores de velocidad en,  $\text{V}(\text{ms}^{-1})$ .

Finalmente, para determinar la sensibilidad del acelerómetro piezoeléctrico calibrado,  $S_{\text{acel}}$ , por separado, es necesario considerar el factor de sensibilidad del amplificador de carga obtenido de su calibración por separado. La relación usada para hacer lo anterior se muestra debajo.

$$S_{\text{acel}} = \frac{S_{\text{conj}}}{A_C} \left[ \frac{\text{pC}}{\text{m/s}^2} \right] \quad (9)$$

donde,  $A_C$ , es el factor de sensibilidad del amplificador de carga cuyas unidades son, [mV/pC]. Así se determina la amplitud de la sensibilidad del acelerómetro piezoeléctrico usando los métodos de medición por interferometría láser.

### 4. Conclusiones

La determinación del factor de sensibilidad de sensores de vibración usando interferometría láser se considera de nivel absoluto porque las mediciones realizadas son trazables a las unidades de base del Sistema Internacional de Unidades, SI. En este caso la determinación del desplazamiento es trazable, en longitud de onda del láser, a la longitud de onda del láser estabilizado conservado como patrón nacional; la frecuencia es trazable al patrón de frecuencia de Cesio conservado como también como patrón nacional.

El presupuesto de incertidumbre de las mediciones con interferometría láser ha mostrado que para un nivel de confianza de un 95,45% y con un factor de cobertura de 2,0 se tiene una incertidumbre en la determinación del factor de sensibilidad de  $\pm 0,5\%$  para un nivel de aceleración de  $50 \text{ m/s}^2$  a una frecuencia de 160 Hz, que son las condiciones consideradas como de referencia según la norma ISO 5347-1. El desarrollo y bases del presupuesto de incertidumbres queda fuera del alcance del presente trabajo.

Actualmente, se están mejorando los dos métodos de medición por interferometría láser. Para el caso del método de conteo de relación de frecuencias, la señal de salida del fotodetector en el dominio del tiempo está siendo capturada por medio de una tarjeta adquisitoria de datos de respuesta rápida, así se podrá reconstruir la señal de salida del sensor de vibraciones en calibración y de la comparación de las dos señales se podrán hacer determinaciones de retardo de fase en la señal en medición.

Por lo que respecta al método de determinación de mínimos de la función de Bessel,  $J_n$ , se están analizando la estabilidad de otros puntos de inflexión de las funciones de Bessel que muestran suficiente estabilidad para lograr altas exactitudes de medición. Además, se está analizando la respuesta dinámica del excitador de vibración para reducir la distorsión en el movimiento generado, sobre todo a altas frecuencias y aceleraciones.

## 5. Referencias

- [1]. ISO 5347-1 "Methods for the calibration of vibration and shock pick-ups - Primary vibration calibration by laser interferometry",
- [2]. Hohmann, P., "Untersuchungen über die Erhöhung der Auflösung, über die Phasenmessung und über den Einfluß von Klirrfaktoren und starken Schallfeldern bei der interferometrische Messung von Schwingungsamplituden", Diss. T.U. Braunschweig, (1971).
- [3]. Martens, H.-J. v., Täubner, A., "Zur Theorie interferometrischer Schwingungsmessungen", Metrologische Abhandlungen 3, (1983).
- [4]. Martens, H.-J. v., "Interferometric Counting Methods for Measuring Displacements in the Range  $10^{-9}$  m to 1 m", Metrologia, Springer - Verlag, 1987.
- [5]. Lauer, G., "Interferometrische Verfahren zum Messen von Schwing und Stossbewegungen", Fachkolloquium Experimentelle Mechanik, Universität Stuttgart, 1986,
- [6] Payne, B.F., Federman, C., "An automated fringe counting laser interferometer for low frequency vibration measurements", Proceedings of the 32th International Instrumentation Symposium, Washington, May 1986,
- [7]. Licht, Torben, "Vibration measurement by a laser interferometer", Brüel & Kjær Technical Review No. 1, 1971.